

## СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Решением системы двух уравнений с двумя переменными** называют такую **пару чисел**  $(x; y)$ , которые при подстановке в эту систему обращают каждое её уравнение в верное равенство.

**Решить систему уравнений** – это значит найти всё её решения или установить, что их нет.

## I) Подстановка

$$1) \begin{cases} y = 2 - 4x, \\ 3x + 2y = -6 \end{cases}$$

$$3x + 2(2 - 4x) = -6$$

$$3x + 4 - 8x + 6 = 0$$

$$-5x + 10 = 0$$

$$-5x = -10$$

$$x = 2$$

$$y = 2 - 4 \cdot 2 = -6$$

$$\text{Ответ: } (2; -6)$$

$$2) \begin{cases} 4x - 5y = -17, \\ x + 10y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -10y + 7, \\ 4x - 5y = -17 \end{cases}$$

$$4(-10y + 7) - 5y = -17$$

$$-40y + 28 - 5y + 17 = 0$$

$$-45y + 45 = 0$$

$$-45y = -45$$

$$y = 1$$

$$x = -10 \cdot 1 + 7 = -3$$

$$\text{Ответ: } (-3; 1)$$

$$3) \begin{cases} \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = 9, & | \cdot 12 \\ \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{5} = 7 & | \cdot 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4(x+y) - 3(x-y) = 108, \\ 5(x+y) - 4(x-y) = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y - 3x + 3y = 108, \\ 5x + 5y - 4x + 4y = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 7y = 108, \\ x + 9y = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 108 - 7y, \\ x + 9y = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 108 - 7y, \\ x + 9y = 140 \end{cases}$$

$$(108 - 7y) + 9y = 140$$

$$108 + 2y = 140$$

$$2y = 140 - 108$$

$$2y = 32$$

$$y = 16$$

$$x = 108 - 7 \cdot 16 = -4$$

$$\text{Ответ: } (-4; 16)$$

## II) Сложение

$$4) \begin{cases} 7x - 2y = -12, \\ -5x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$-5 \cdot (-2) + 2y = 8$$

$$2y = 8 - 10$$

$$2y = -2$$

$$y = -1$$

$$\text{Ответ: } (-2; -1)$$

$$5) \begin{cases} 11x - 3y = 23, & | \cdot 3 \\ -12x + 9y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 33x - 9y = 69, \\ -12x + 9y = 15 \end{cases}$$

$$21x = 84$$

$$x = 4$$

$$-12 \cdot 4 + 9y = 15$$

$$9y = 15 + 48$$

$$9y = 63$$

$$y = 7$$

$$\text{Ответ: } (4; 7)$$

$$6) \begin{cases} 2x + 9y = 80, & | \cdot (-3) \\ 3x - 2y = -35 & | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x - 27y = -240, \\ 6x - 4y = -70 \end{cases}$$

$$-31y = -310$$

$$y = 10$$

$$2x + 9 \cdot 10 = 80$$

$$2x = 80 - 90$$

$$2x = -10$$

$$x = -5$$

$$\text{Ответ: } (-5; 10)$$

**СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ 2-Й СТЕПЕНИ****I) Подстановка (стандартная)**

$$1) \begin{cases} x^2 + 4xy + y^2 = -48, \\ 5x + y - 12 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4xy + y^2 = -48, \\ y = -5x + 12 \end{cases}$$

$$x^2 + 4x(-5x + 12) + (-5x + 12)^2 = -48$$

$$x^2 - 20x^2 + 48x + 25x^2 - 120x + 144 = -48$$

$$6x^2 - 72x + 192 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$x_1 = 8 \quad x_2 = 4$$

$$\text{при } x = 8 \quad y = -5 \cdot 8 + 12 = -28$$

$$\text{при } x = 4 \quad y = -5 \cdot 4 + 12 = -8$$

$$\text{Ответ: } (8, -28), (4, -8)$$

**IV) ФСУ**

$$4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 65, \\ xy = 28 \end{cases}$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = 65 + 2 \cdot 28$$

$$(x + y)^2 = 121$$

$$x + y = \pm 11$$

$$\begin{cases} x + y = 11, \\ xy = 28 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = -11, \\ xy = 28 \end{cases}$$

...

...

**II) Подстановка (ФСУ)**

$$2) \begin{cases} x^2 - y^2 = 160, \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - y)(x + y) = 160, \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - y) \cdot 10 = 160, \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 16, \\ x + y = 10 \end{cases}$$

$$2x = 26$$

$$x = 13 \quad y = 10 - x = 10 - 13 = -3$$

$$\text{Ответ: } (13, -3)$$

**V) Другие примеры**

$$5) \begin{cases} (x - 3)(x - 9) = 0, \\ \frac{y - 4}{x + y - 1} = 11 \end{cases}$$

$$(x - 3)(x - 9) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad x - 9 = 0$$

$$x = 3 \quad x = 9$$

$$\begin{cases} x = 3, \\ \frac{y - 4}{x + y - 1} = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9, \\ \frac{y - 4}{x + y - 1} = 11 \end{cases}$$

...

**III) Теорема, обратная теореме Виета**

$$3) \begin{cases} xy = 10, \\ x + y = -7 \end{cases}$$

$$q = 10, \quad -p = -7, \quad p = 7$$

$$t^2 + 7t + 10 = 0$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 49 - 40 = 9 > 0$$

$$t_1 = \frac{-7 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 + 3}{2} = -2$$

$$t_2 = \frac{-7 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 - 3}{2} = -5$$

$$\text{Ответ: } (-2, -5), (-5, -2)$$

$$6) \begin{cases} y^2 + 5 = x, \\ xy^2 = 14 \end{cases}$$

$$(y^2 + 5)y^2 = 14$$

$$y^4 + 5y^2 - 14 = 0$$

$$t = y^2$$

$$t^2 + 5t - 14 = 0$$

$$t_1 = -7$$

$$t_2 = 2$$

$$y^2 = -7$$

$$y^2 = 2$$

корней нет

$$y = \pm \sqrt{2}$$

$$\text{при } y = \pm \sqrt{2} \quad x = y^2 + 5 = 2 + 5 = 7$$

$$\text{Ответ: } (7, -\sqrt{2}) \text{ и } (7, \sqrt{2})$$