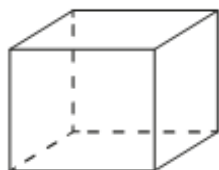


13. Стереометрия

Часть 1. ФИПИ (www.fipi.ru)

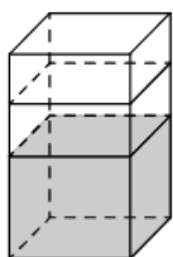
1) Параллелепипед



1. Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами $70\text{ см} \times 20\text{ см} \times 60\text{ см}$. Сколько литров составляет объём аквариума? В одном литре 1000 кубических сантиметров.

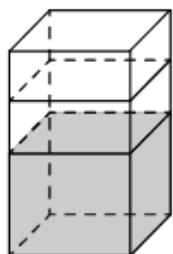
2. Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами $80\text{ см} \times 30\text{ см} \times 40\text{ см}$. Сколько литров составляет объём аквариума? В одном литре 1000 кубических сантиметров.

3. Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами $60\text{ см} \times 20\text{ см} \times 50\text{ см}$. Сколько литров составляет объём аквариума? В одном литре 1000 кубических сантиметров.



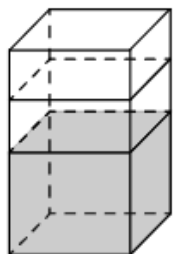
4. В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания, равной 10 см , налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 30 см . Ответ дайте в кубических сантиметрах.

5. В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания 40 см , налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 5 см . Ответ дайте в кубических сантиметрах.



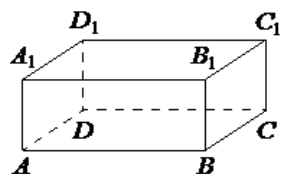
6. В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания 20 см , налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 15 см . Ответ дайте в кубических сантиметрах.*

7. В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы, налито 12 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в $1,5$ раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.



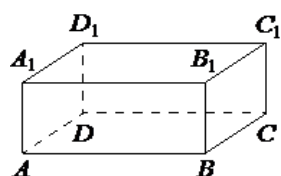
8. В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в $1,8$ раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.

9. В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы, налито 10 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в $1,2$ раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.



10. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. рёбра AB , AD и диагональ AB_1 боковой грани равны соответственно 4 , 7 и $\sqrt{41}$. Найдите объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

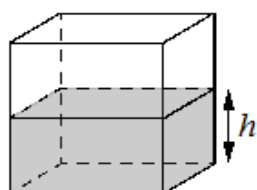
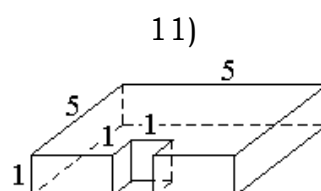
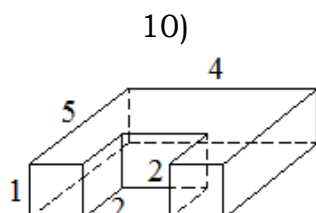
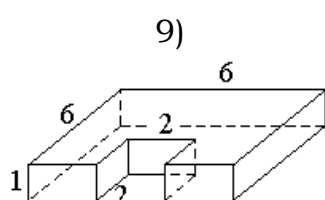
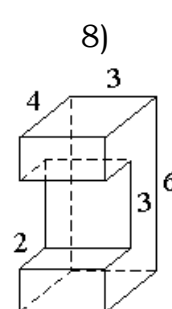
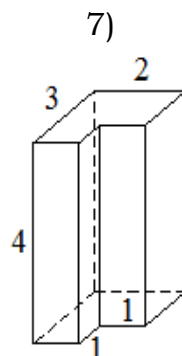
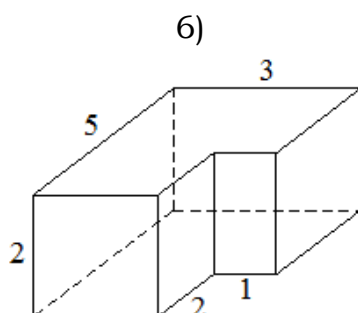
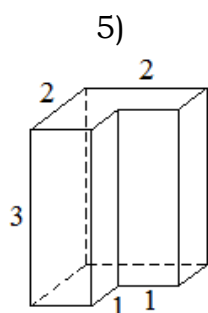
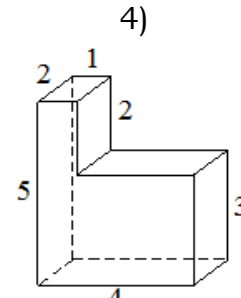
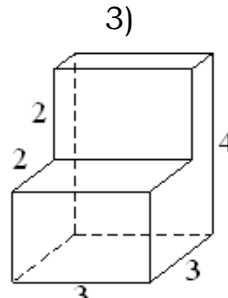
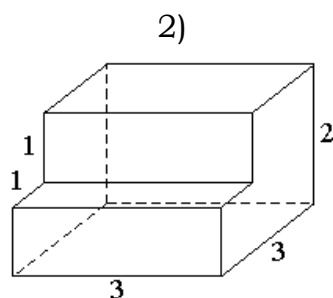
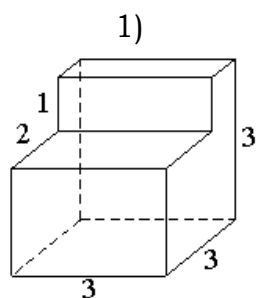
11. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. рёбра BC , BA и диагональ BC_1 боковой грани равны соответственно 5 , 6 и $\sqrt{29}$. Найдите объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.



12. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. рёбра BC , BA и диагональ BC_1 боковой грани равны соответственно 5, 7 и $\sqrt{34}$. Найдите объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

13. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ рёбра CD , CB и диагональ боковой грани CD_1 равны соответственно 3, 4 и 5. Найдите объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

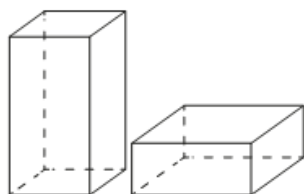
Задание 14. Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Числа на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите объём этой детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах.



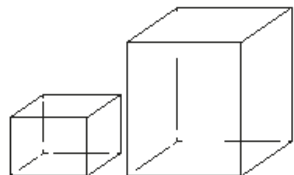
15. Вода в сосуде, имеющем форму правильной четырёхугольной призмы, находится на уровне $h = 90$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой сосуд, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы, у которого сторона основания втрое больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.

16. Вода в сосуде, имеющем форму правильной четырёхугольной призмы, находится на уровне $h = 80$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой сосуд, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы, у которого сторона основания вдвое больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.

17. Вода в сосуде, имеющем форму правильной четырёхугольной призмы, находится на уровне $h = 180$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой сосуд, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы, у которого сторона основания втрое больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.*

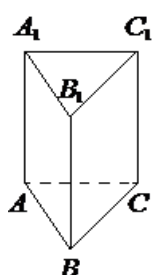


18. Даны две коробки, имеющие форму правильной четырёхугольной призмы, стоящей на основании. Первая коробка в полтора раза выше второй, а вторая втрое шире первой. Во сколько раз объём первой коробки меньше объёма второй?



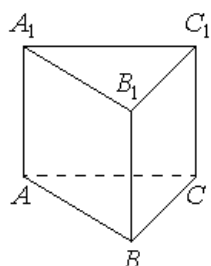
19. Даны две коробки, имеющие форму правильной четырёхугольной призмы, стоящей на основании. Первая коробка в четыре раза ниже второй, а вторая в полтора раза шире первой. Во сколько раз объём второй коробки больше объёма первой?

II) Призма



20. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 4, а высота этой призмы равна $2\sqrt{3}$. Найдите объём призмы $ABCA_1B_1C_1$.

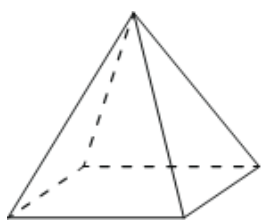
21. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 5, а высота этой призмы равна $4\sqrt{3}$. Найдите объём призмы $ABCA_1B_1C_1$.



22. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а высота этой призмы равна $5\sqrt{3}$. Найдите объём призмы $ABCA_1B_1C_1$.*

23. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 3, а высота этой призмы равна $2\sqrt{3}$. Найдите объём призмы $ABCA_1B_1C_1$.*

III) Пирамида

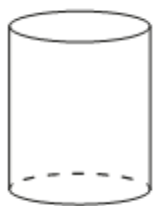


24. Пирамида Снофру имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 220 м, а высота – 104 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 44 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.

25. Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 230 м, а высота – 147 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 23 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.

26. Пирамида Хефрена имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 210 м, а высота – 136 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 105 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.

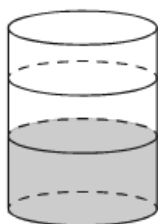
IV) Цилиндр



27. Высота бака цилиндрической формы равна 40 см, а площадь его основания равна 150 квадратным сантиметрам. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.

28. Высота бака цилиндрической формы равна 50 см, а площадь его основания 160 квадратных сантиметров. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.

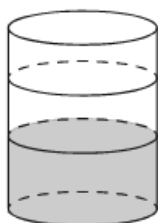
29. Высота бака цилиндрической формы равна 60 см, а площадь его основания равна 140 квадратным сантиметрам. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.*



30. В бак цилиндрической формы, площадь основания которого равна 90 квадратным сантиметрам, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 10 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

31. В бак цилиндрической формы, площадь основания которого равна 80 квадратным сантиметрам, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 15 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.

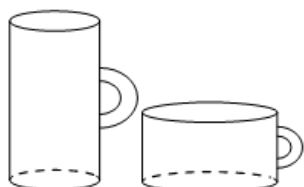
32. В бак цилиндрической формы, площадь основания которого равна 60 квадратных сантиметров, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 12 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.*



33. В бак, имеющий форму цилиндра, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в 1,2 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.

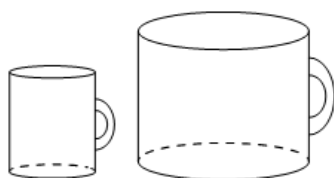
34. В бак, имеющий форму цилиндра, налито 15 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в 1,6 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.*

35. В бак, имеющий форму цилиндра, налито 10 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке увеличился в 1,4 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.



36. Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка вдвое выше второй, а вторая в четыре раза шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?*

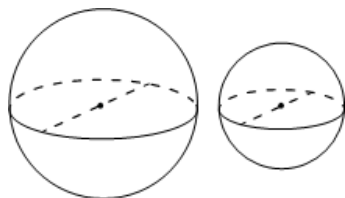
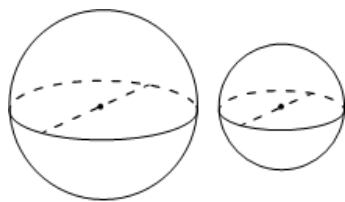
37. Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в четыре с половиной раза выше второй, а вторая в полтора раза шире первой. Во сколько раз объём второй кружки меньше объёма первой?



38. Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая вдвое шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?

39. Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в четыре раза ниже второй, а вторая в полтора раза шире первой. Во сколько раз объём первой кружки меньше объёма второй?

V) Шар



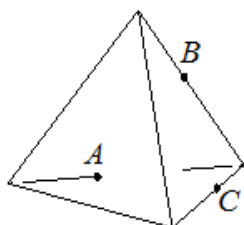
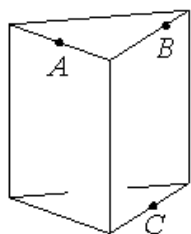
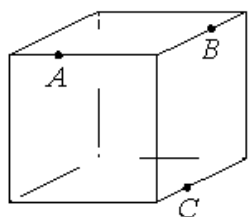
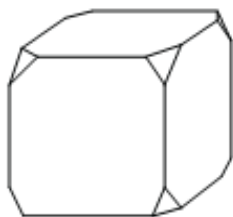
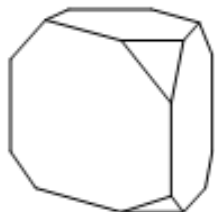
40. Однородный шар диаметром 5 см весит 500 граммов. Сколько граммов весит шар диаметром 3 см, изготовленный из того же материала?

41. Однородный шар диаметром 3 см весит 162 грамма. Сколько граммов весит шар диаметром 2 см, изготовленный из того же материала?

42. Однородный шар диаметром 3 см весит 54 грамма. Сколько граммов весит шар диаметром 5 см, изготовленный из того же материала?

43. Однородный шар диаметром 2 см весит 48 граммов. Сколько граммов весит шар диаметром 3 см, изготовленный из того же материала?

VI) Другое



44. От деревянной правильной треугольной призмы отпилили все её вершины (см. рис.). Сколько вершин у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?

45. От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?

46. Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рис.), разбивает куб на два многогранника. Сколько рёбер у получившегося многогранника с меньшим числом вершин?

47. Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рис.), разбивает куб на два многогранника. Сколько рёбер у получившегося многогранника с большим числом вершин?

48. Плоскость, проходящая через три точки A, B и C, разбивает правильную треугольную призму на два многогранника. Сколько вершин у получившегося многогранника с меньшим числом граней?

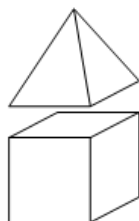
49. Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рис.), разбивает правильную треугольную призму на два многогранника. Сколько рёбер у получившегося многогранника с большим числом вершин?

50. Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рис.), разбивает тетраэдр на два многогранника. Сколько рёбер у получившегося многогранника с меньшим числом вершин?

51. Плоскость, проходящая через точки A, B и C (см. рис.), разбивает тетраэдр на два многогранника. Сколько вершин у получившегося многогранника с большим числом граней?



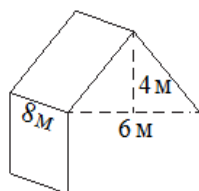
52. К правильной треугольной призме со стороной основания, равной 1, приклеили правильную треугольную пирамиду со стороной основания, равной 1, так, что основания совпали. Сколько рёбер у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



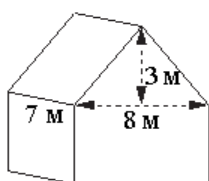
53. К кубу с ребром, равным 1, приклеили правильную четырёхугольную пирамиду со стороной основания, равной 1, так, что квадратные грани совпали. Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



54. К правильной шестиугольной призме с ребром основания 1 приклеили правильную шестиугольную пирамиду с ребром основания 1 так, что основания совпали. Сколько рёбер у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



55. Двускатную крышу дома, имеющего в основании прямоугольник (см. рис.), необходимо полностью покрыть рубероидом. Высота крыши равна 4 м, длины стен дома равны 6 м и 8 м. Найдите, сколько рубероида (в квадратных метрах) нужно для покрытия этой крыши, если скаты крыши равны.



56. Двускатную крышу дома, имеющего в основании прямоугольник (см. рис.), необходимо полностью покрыть рубероидом. Высота крыши равна 3 м, длины стен дома равны 7 м и 8 м. Найдите, сколько рубероида (в квадратных метрах) нужно для покрытия этой крыши, если скаты крыши равны.